

## CONOCIMIENTOS DEL PROFESOR PARA LA ENSEÑANZA DE LA PROBABILIDAD EN LA EDUCACIÓN MEDIA COLOMBIANA

Victor Burbano y Margoth Valdivieso  
*Universidad Pedagógica y Tecnológica (Colombia)*  
victorburbanop@yahoo.es, mavaldiviesom@yahoo.com

*El presente trabajo se ubica en la línea de educación estocástica en lo concerniente al conocimiento profesional del profesor; se pretende, explorar los conocimientos del profesor para la enseñanza de la probabilidad en la educación media colombiana. Para ello, se utiliza un análisis del discurso sobre las ideas expuestas por diversos autores en la literatura y el enfoque cualitativo de investigación mediante un estudio de casos. Se espera ampliar el panorama referente a los conocimientos necesarios para orientar el tema de probabilidad dentro del currículo de matemáticas en la educación de nivel pre universitario.*

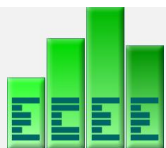
### PALABRAS CLAVE

Conocimientos del profesor, didáctica de la probabilidad.

### INTRODUCCIÓN

En la actualidad, la enseñanza y el aprendizaje de la probabilidad y de la estadística son abordados por la denominada educación estocástica; la inclusión de estas materias en los currículos de la educación pre universitaria ha sido una necesidad urgente (Barnett, 1982). La probabilidad puede incrementar nuestra comprensión acerca de los fenómenos aleatorios que se suscitan en la naturaleza o en la sociedad; por su parte, la estadística se consolida como la ciencia de los datos y un elemento fundamental del método científico experimental (Batanero, 2001). El estudiante de la educación media y futuro ciudadano o el profesional en diversas disciplinas, necesita acceder de manera pertinente a estos cuerpos de conocimientos, a fin de enfrentar de mejor forma, los retos, desafíos y los múltiples interrogantes que se presentan en esta sociedad globalizada y compleja en la que se entremezclan lo determinista con lo aleatorio.

Desde el año 1944, la ASA (American Statistical Association) viene desarrollando la sección de enseñanza de la estadística (Mason, McKenzie y Ruberg, 1990) que en 1973 se constituyó en la sección de educación estadística encaminada a promover la enseñanza de la estadística y la probabilidad incluyéndola en los currículos de matemáticas en muchos países. De manera semejante, el ISI (International Statistical Institute) conformó un comité de educación en 1948 que luego dejó planteada la necesidad de implementar la enseñanza de estas materias en todos los niveles escolares (Garfield y Ben-Zvi, 2008); en la década de los noventa del siglo XX, este ideal se hace realidad en la educación secundaria y primaria de algunos países. En el



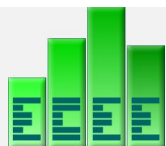
caso de Colombia, dichas materias fueron incluidas en los planes de estudio a través de la Ley 115 de 1994 bajo el nombre de *pensamiento aleatorio y sistema de datos* en los Lineamientos y Estándares curriculares de matemáticas (MEN, 2006).

Sin embargo, la estadística y la probabilidad fueron incluidas de manera formal en el currículo escolar colombiano solo a partir del año 2003; al igual que en otros países, su inclusión se debe al reconocimiento de su trascendental papel en el desarrollo de la sociedad moderna al posibilitar el análisis de información y toma de decisiones en situaciones de incertidumbre; así mismo, dicha inclusión también constituye un enorme desafío para Colombia y los demás países, en tanto que el recurso humano calificado es limitado (Zapata, 2011). Además, los profesores tratan estas materias en matemáticas como un contenido más (Sánchez, 1998) sin darles la relevancia que han alcanzado a nivel mundial; aún se continúa desarrollando pedagogías para una educación bancaria (memorística) que no favorecen el desarrollo del pensamiento aleatorio ni promueven la comprensión, focalizadas más en actividades matemáticas que no contribuyen a formar una equilibrada idea de la ciencia, e insisten más en lo determinista que en lo aleatorio, explicándolo todo en términos de causas y efectos.

En general, la enseñanza de la probabilidad y de la estadística se desarrolla en concordancia con la formación recibida en su momento por los profesores que hoy se encuentran en ejercicio. En ciertos casos, hay presencia de algunas fortalezas y en otros, se notan marcadas deficiencias en el conocimiento disciplinar y pedagógico; la práctica docente observada se puede catalogar como de corte mecanicista y transmisionista (Paba, 2000; Arias y Cardona, 2008; Zapata, 2011). La situación se agrava más, si se considera que según la legislación educativa colombiana, un profesional de cualquier área del conocimiento puede desempeñar la labor docente, aún, sin acreditar formación pedagógica. Por esto, es posible que un ingeniero, un administrador, un químico, un físico u otro profesional se encuentre desempeñando las actividades inherentes a la enseñanza de la matemática, la probabilidad o la estadística. La anterior panorámica, nos lleva a plantear la siguiente pregunta ¿Cuáles conocimientos ha de poseer el profesor para la enseñanza de la probabilidad en la educación media colombiana? Este trabajo tiene como propósito plantear algunas posibles respuestas a tal cuestionamiento apoyados en la literatura y en nuestra experiencia investigativa con un estudio de casos con profesores en ejercicio.

## MARCO DE REFERENCIA

La determinación de los conocimientos requeridos por el profesor para la enseñanza de la probabilidad y de la estadística en los diferentes niveles escolares es una de las problemáticas que ha suscitado gran interés en la comunidad de investigadores tanto a nivel internacional y como nacional. Paradigmas de investigación referentes al conocimiento pedagógico (Moore, 1974), conocimiento pedagógico del contenido (Shulman, 1986) y conocimiento matemático para la enseñanza (Ball, Thames y Phelps, 2008), aportan destacados avances investigativos en esta dirección. Los paradigmas de Ball *et al.* (2008), junto a los planteamientos de Taylor y Bogdan (1987) sobre investigación cualitativa y de Stake (1998) acerca de los estudios de caso, soportan los desarrollos del presente trabajo.



## ASPECTOS METODOLÓGICOS

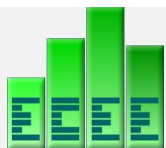
El trabajo se realiza mediante una metodología que incluye en primera instancia un análisis del discurso sobre algunos documentos escritos, correspondientes a Ball *et al.*, y luego el uso de un enfoque cualitativo de investigación que aborda un estudio de casos. Estos elementos hacen posible elaborar una aproximación teórica hacia los conocimientos requeridos por el profesor para la enseñanza de la probabilidad y la exploración de los mismos a través de las respuestas ofrecidas por dos profesores a los interrogantes planteados en una entrevista semi estructurada y en un cuestionario de situaciones problema que recoge aspectos asociados con el concepto de probabilidad.

Los dos casos fueron escogidos de entre los profesores que enseñen matemáticas, la que incluye probabilidad y estadística en los grados 10 y 11 en la educación formal colombiana; uno de ellos al que llamaremos Luis (seudónimo), labora en una institución educativa de carácter privado en una ciudad de Boyacá acreditando cuatro años de experiencia aproximadamente y el otro, que llamaremos Pedro (seudónimo), labora en una institución educativa de carácter oficial en el sector rural del mencionado departamento, con más de veinte años de experiencia en la enseñanza de las matemáticas escolares. Ambos fueron seleccionados a conveniencia, teniendo presente los buenos resultados de sus alumnos en las pruebas correspondientes a las 'Olimpiadas de Estadística', que ha venido realizando la Escuela de matemáticas y estadística de la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia para estudiantes de la educación media de su zona de influencia.

El formato de entrevista utilizado fue adaptado al tema de probabilidad del guión de entrevista propuesto y validado por Pinto (2010). El cuestionario de situaciones problema, elaborado por nosotros, consta de cuatro situaciones: la primera diseñada con base en los estudios realizados por Lecoutre y Durand (1988) y Lecoutre y Cordier (1990), quienes al estudiar el problema de lanzar dos dados, preguntaron a los individuos: "al lanzar un par de dados ¿Qué es más probable, obtener un cinco y un seis u obtener dos seises"? La segunda, referente a secuencias aleatorias. La tercera es una pregunta incluida en Batanero (2001) en su estudio sobre heurísticas. La cuarta fue adaptada de un libro de texto y tenía como propósito calcular probabilidades en un espacio muestral discreto de dimensión infinita. Las entrevistas fueron grabadas en audio y luego transcritas; el cuestionario de situaciones problema fue resuelto por cada uno de los participantes y sus respuestas digitadas, con el fin de ser analizadas.

## DESARROLLO DE LA PROPUESTA

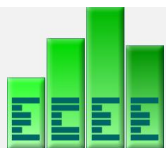
Respecto a la enseñanza de la matemática, la probabilidad y la estadística, durante mucho tiempo se ha creído que es suficiente con poseer un conocimiento disciplinar profundo y ciertas habilidades pedagógicas para enseñar estas materias. En los últimos diez años, se ha reconocido que la problemática es mucho más compleja, y puede relacionarse con aspectos epistemológicos, cognitivos, didácticos, y del contexto (Salinas y Alanís, 2009). En lo que concierne a la enseñanza de la probabilidad, algunos problemas que se presentan son de tipo epistemológico y cognitivo, debidos a una escasa formación en probabilidad de los profesores que la



enseñan (Shaughnessy, 1992); otros pueden asociarse con factores de corte pedagógico y didáctico asociados con las concepciones de los profesores sobre la probabilidad y con las estrategias usadas en el salón de clase. En educación estocástica, no resulta pertinente la transferencia de algunos principios generales que son válidos para la geometría, aritmética u otras ramas de las matemáticas (Batanero, Godino y Roa, 2004). Tampoco se descartan como causas de la problemática, factores asociados con los preconceptos, concepciones erróneas y las formas de aprender de los alumnos, así como la disponibilidad de recursos educativos. Con respecto al currículo, por lo general, los planes de estudio incluyen un reducido contenido sobre probabilidad (Arias y Cardona, 2008).

Un constructo teórico que posibilita la investigación de dicha problemática desde la perspectiva del conocimiento profesional del profesor es el denominado “conocimiento base para la enseñanza”, propuesto por Shulman en 1987. Este constructo puede proporcionar elementos conceptuales que nos permitan aproximarnos hacia los conocimientos que ha de poseer un profesor para la enseñanza de la probabilidad como parte del programa de matemáticas en la educación media colombiana. Siguiendo las ideas de Shulman (1987), para la enseñanza de la probabilidad en la educación media, interpretamos que el profesor debería poseer conocimientos como:

- *Conocimiento del contenido de la disciplina.* Para el caso que nos ocupa, significa que el profesor ha de poseer conocimientos sobre cada uno de los tópicos incluidos en el tema de probabilidad en concordancia con los estándares curriculares establecidos por el MEN, de modo que pueda orientar a sus alumnos en su aprendizaje de acuerdo a las concepciones clásica, frecuencial, subjetiva o axiomática de probabilidad.
- *Conocimiento didáctico general.* Incluye, entre otros, los principios y las estrategias de organización e interacción en la clase; estar en capacidad de enseñar una temática específica teniendo presente el nivel escolar del alumno utilizando estrategias de aprendizaje de modo diferenciado, usando una amplia gama de actividades y representaciones para la enseñanza.
- *Conocimiento del currículo.* Dominio de los materiales y los programas que sirven como instrumentos del oficio docente, de gradualidad en los contenidos para transitar desde lo intuitivo hacia lo axiomático con apoyo de materiales como dados, ruletas, o software para realizar simulaciones; lo anterior, guarda relación con los Lineamientos Curriculares, en los que el MEN (2006) indica que el pensamiento aleatorio, mediante contenidos de probabilidad y estadística ha de estar ‘imbuido de un espíritu de exploración y de investigación tanto por parte de los profesores como de los alumnos’.
- *Conocimiento pedagógico del contenido (PCK, Pedagogical Content Knowledge).* Identifica los cuerpos de conocimiento distintivos para la enseñanza, representa la mezcla entre materia y didáctica por la que se llega a la comprensión de cómo determinados temas y problemas se organizan, se representan y se adaptan a los diversos intereses y capacidades de los alumnos y se exponen para su enseñanza. El PCK puede conformarse por “las formas más útiles de representación... del



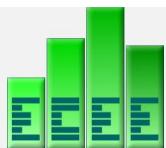
contenido..., las más poderosas analogías, ilustraciones, ejemplos, explicaciones y demostraciones de manera breve, las formas de representación y formulación de la materia que la hagan comprensible a otros”.

- *Conocimiento de los alumnos y de sus características.* El profesor ha de tener en cuenta las formas de aprender de los estudiantes, sus intereses y motivaciones, sus estilos de aprendizaje; por ejemplo, la simulación se puede constituir en un motivador extrínseco para el aprendizaje de la probabilidad desde el enfoque frecuencial. El docente ha de poseer conocimiento del proceso evolutivo del estudiante en lo que respecta al razonamiento probabilístico; en concordancia con Piaget e Inhelder (1951) el alumno evoluciona a través de tres etapas: preoperatoria, operaciones concretas y operaciones abstractas; por su parte Fischbein (1975) señala que los niños tienen ideas correctas parcialmente formadas sobre los conceptos probabilísticos y la instrucción tiene un efecto particular para mejorar estas intuiciones (Batanero, 2001).
- *Conocimiento de los contextos educacionales.* El profesor ha de tener conocimiento de que el uso de materiales manipulables y el software de simulación pueden tener un determinado impacto en correspondencia con el contexto donde se utilicen.
- *Conocimiento de los objetivos, las finalidades y los valores educacionales, y de sus fundamentos filosóficos e históricos.* El profesor ha de conocer claramente los objetivos que se persiguen en la enseñanza de la probabilidad desde el MEN (Estándares curriculares de matemáticas), el qué y para qué, sin descuidar los elementos de corte histórico, epistemológico y filosófico que involucran los conceptos probabilísticos.

En este mismo sentido, resulta interesante preguntarse ¿cuál es el conocimiento matemático que requiere el profesor para la enseñanza de la probabilidad? De la literatura se deduce que Ball, Thames y Phelps (2008) realizan una exhaustiva revisión sobre los conceptos desarrollados en Shulman (1986, 1987) y examinan diversas formas para su operacionalización en el campo de la educación matemática. Ball et al., propusieron el concepto de conocimiento matemático para la enseñanza (MKT, *Mathematical Knowledge for Teaching*) el cual puede entenderse como aquel conocimiento matemático que usa el profesor en el aula para producir instrucción y crecimiento en el alumno; así mismo, crearon un modelo conformado por el conocimiento del contenido matemático (MCK) y el conocimiento pedagógico del contenido (PCK). En esta misma dirección, Hill, Ball y Schilling (2008) señalan que el MCK contempla el *Conocimiento Común del Contenido*, el *Conocimiento Especializado del Contenido* y el *Conocimiento en el Horizonte Matemático*.

El PCK en matemáticas en el sentido de Shulman (1986, 1987), ha de conceptualizarse como una forma particular de comprensión profesional del profesor, en el cual se conjuga el conocimiento del contenido matemático, las estrategias pedagógicas y representaciones apropiadas con el propósito de hacer enseñable el tópico específico al estudiante. Hill et al., (2008) en lo referente al PCK en matemáticas proponen tres componentes: el *conocimiento del contenido y los estudiantes*, el *conocimiento del contenido y la enseñanza*, y el *conocimiento del contenido y el currículo*. Finalmente, la probabilidad puede entenderse como la medida numérica de la posibilidad de que un





evento ocurra (Valdivieso, 2010); desde una mirada formal, la teoría de probabilidad es una disciplina fundamentada en la teoría de la medida (Blanco, 2004) y desde este punto de vista, ella forma parte de la matemática. En este contexto, el profesor ha de poseer un conocimiento del contenido matemático específico para la enseñanza de la probabilidad que incluya: 1) un conocimiento común del contenido referente a la probabilidad, 2) un conocimiento especializado del contenido y 3) un conocimiento en el horizonte matemático.

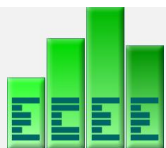
## CONCLUSIONES

El conocimiento profundo de la probabilidad como disciplina escolar es una condición necesaria pero no suficiente para enseñarla de forma eficiente en cualquier nivel de la educación pre universitaria; por lo tanto el profesor ha de procurar el acrecentamiento de las siete categorías de su 'conocimiento base para la enseñanza' mediante su formación continuada y su experiencia, a fin de mejorar sus procesos de enseñanza de la probabilidad en el salón de clase.

El análisis cualitativo de los datos de las encuestas permitió establecer la emergencia de tres categorías asociadas con el PCK: 1) el conocimiento del contenido probabilístico a enseñar; al respecto, en los dos casos se observa un bajo nivel de conocimiento probabilístico como resultado de su formación en la universidad y un acrecentamiento importante debido a la autoformación. 2) El conocimiento de estrategias y representaciones instruccionales; se observan estrategias centradas en el uso de técnicas de conteo, análisis combinatorio y diagramas de árbol que posibilitan la determinación del espacio muestral y de algunos eventos a los cuales se les calcula su probabilidad. 3) El conocimiento de la forma cómo el alumno aprende, donde se observa que las heurísticas y sesgos que podrían estar presentes en el razonamiento probabilístico de los estudiantes, a su vez están latentes en el profesor.

## REFERENCIAS

- Arias, J. y Cardona, J. (2008). Estado del arte en la enseñanza de la probabilidad para la educación media en los municipios de Pereira y Dosquebradas. *Entre Ciencia e Ingeniería*, 2 (4), 1-179.
- Barnett, V. (Ed.). (1982). *Teaching statistics in schools throughout the world*. Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute.
- Ball, D.L., Thames, M. y Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59 (5), 389-407.
- Blanco, L. (2004). *Probabilidad*. Universidad Nacional de Colombia.
- Batanero, C. (2001). *Didáctica de la estadística*. Granada: Universidad de Granada.
- Batanero, C., Godino, J. y Roa, R. (2004). Training teachers to teach probability. *Journal of Statistics Education*, 12 (1). <http://www.amstat.org/publications/jse/>.
- Fischbein, E. (1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children*. Dordrecht, The Netherlands: Reidel.
- Garfield, J. y Ben-Zvi, D. (2008). *Developing students' statistical reasoning. Connecting research and teaching practice*. London: Springer.
- Hill, H.C., Ball, D.L. y Schilling, S.G. (2008.) Unpacking pedagogical content knowledge: Conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39, 372-400.



- Lecoutre, M.P. y Durand, J.L. (1988). Judgements probabilistes et modèles cognitifs: étude d'une situation aleatoire. *Educational Studies in Mathematics*, 19, 357-368.
- Lecoutre, M.P. y Cordier, J. (1990). Effect du mode de présentation d'un problème aleatoire sur les modèles développés par les élèves. *Bulletin de l'APMEP*, 372, 9-22.
- Mason, R.L., McKenzie, J.D. y Ruberg, S.J. (1990). A brief history of the American Statistical Association, 1839 -1989. *American Statistician*, 44 (2), 68-73.
- Moore, T.W. (1974). *Introducción a la teoría de la educación*. Madrid. Alianza Editorial.
- Paba, Y. (2000). La estadística en los colegios de Tunja y el efecto en los estudios universitarios. Trabajo de grado. Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia.
- Piaget, J. e Inhelder, B. (1951). *La genése de l'idée de hasard chez l'enfant*. Paris: Presses Universitaires de France.
- Pinto, J. (2010). Conocimiento didáctico del contenido sobre la representación de datos estadísticos: estudio de casos con profesores de estadística de las carreras de psicología y educación. Tesis de doctorado. España: Universidad de Salamanca.
- MEN. (2006). *Lineamientos curriculares de matemáticas*. Bogotá: MEN.
- Salinas, P. y Alanís, J.A. (2009). Hacia un nuevo paradigma en la enseñanza del cálculo. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 12 (3), 355-382.
- Shaughnessy, J.M. (1992). Research in probability and statistics: reflections and directions. En D. Grouws (Ed.), *Handbook of Research of Mathematics Teaching and Learning* (pp. 465-494). New York: Mac Millan.
- Shulman, S. (1987). Knowledge and teaching: foundations of the new reforms. *Harvard Educational Review*, 57 (1), 1-22.
- Shulman, S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Research*, 15 (2), 4-14.
- Stake, R. (1998). *Investigación con estudio de casos*. Madrid: Morata.
- Taylor, S. y Bogdan, R. (1987). *Introducción a los métodos cualitativos de investigación*. Barcelona: Paidós.
- Valdivieso, M.A. (2010). *Probabilidad Básica y distribuciones. Apoyo al estudio independiente*. Tunja: Impresiones Jotamar.
- Zapata, L. (2011). ¿Cómo contribuir a la alfabetización estadística? *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, 33, 234-247. <http://revistavirtual.ucn.edu.co/>.